

Περιγραφική Στατιστική (MEM-205)

Φυλλάδιο ασκήσεων (Μέρος 1/3)

Προθεσμία παράδοσης: 04-05-2020

Τρόπος παράδοσης: Με email στο kesmarag@uoc.gr με θέμα ΦΑ1 - AM

Οδηγίες

Θεωρείστε ως x, y, z, w τα ψηφία του αριθμού μητρώου σας AM

$$AM = 1000x + 100y + 10z + w$$

Στη συνέχεια θεωρείστε τις παραμέτρους A, B, C, D ως

$$A = x + 1$$

$$B = y + 1$$

$$C = z + 1$$

$$D = w + 1$$

Οι παράμετροι A, B, C, D θα χρησιμοποιούνται ως δεδομένα σε ασκήσεις του φυλλαδίου.

Παράδειγμα

$$AM = 7359$$

- $A = 7 + 1 = 8$
- $B = 3 + 1 = 4$
- $C = 5 + 1 = 6$
- $D = 9 + 1 = 10$

Άσκηση 1

Υπολογίστε τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο για το σύνολο δεδομένων:

$$\{-2, 4, 8, -4, 6, -3, 5, 8, 10, A, -B, C, -D\}$$

Επιπλέον χρησιμοποιήστε το κριτήριο $1.5 \times (IQR)$ για να εξετάσετε εάν υπάρχουν ακραίες τιμές και σχεδιάστε πρόχειρα το διάγραμμα Box-and-Whisker.

Άσκηση 2

Να δείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών N μετρήσεων $\{x_1, \dots, x_N\}$ από μια τιμή $\alpha \in \mathbb{R}$ γίνεται ελάχιστο αν και μόνο αν $\alpha = \bar{X}$.

Εάν επιπλέον θεωρήσουμε τους συντελεστές $\alpha_n = \left(\frac{1}{C+D}\right)^n$, για ποία τιμή του α θα γίνει ελάχιστο το παρακάτω άθροισμα;

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n (x_n - \alpha)^2$$

Υπολογίστε αυτή τη τιμή του α αναλυτικά για $x_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$, $n = 1, \dots, 10$

Άσκηση 3

Εστω οι παρακάτω ομαδοποιημένες παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X

x	f
[0,1)	A
[1,2)	B
[2,3)	C
[3,4)	D
total	A+B+C+D

Υπολογίστε τη μέση τιμή, τη διάμεσο, το πρώτο και τρίτο τεταρτημόριο καθώς και την επικρατέστερη τιμή (εφόσον υπάρχει).

Άσκηση 4

Εστω το σύνολο δεδομένων

$$\{A, B, 2B, C, 3C, D, x\}$$

Επιλέξτε κατάλληλα την τιμή του x έτσι ώστε να αποτελεί διάμεσο του δείγματος και να έχει τιμή όσον το δυνατόν πλησιέστερα στη δειγματική μέση τιμή.

Άσκηση 5

Μια επιχείρηση απασχολεί $(A + B + C + 2D + 10)$ εργαζόμενους.

- Οι $(A + 2)$ έχουν μηνιαίο εισόδημα 3600 €
- Οι $(B + 2)$ έχουν μηνιαίο εισόδημα 2000 €
- Οι $(C + 2)$ έχουν μηνιαίο εισόδημα 1000 €
- Οι $(2D + 4)$ έχουν μηνιαίο εισόδημα 600 €

Υπολογίστε το συντελεστή Gini για τα μηνιαία εισοδήματα των εργαζομένων της επιχείρησης.

Άσκηση 6

Το σφάλμα ενός μοντέλου μηχανικού ρολογιού στη διάρκεια ενός έτους ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $-D$ s και τυπική απόκλιση $(C + 40)$ s. Υπολογίστε το ποσοστό των ρολογιών του συγκεκριμένου μοντέλου τα οποία αναμένεται να παρουσιάσουν μετά από ένα χρόνο συνεχούς λειτουργίας σφάλμα **μεγαλύτερο** του ενούς λεπτού (είτε προς τα επάνω είτε προς τα κάτω).

Άσκηση 7

Σε δείγμα 2000 ανδρών μιας χώρας το $(A - B + C + D + 10)$ % μετρήθηκε να έχει ύψος μικρότερο από $(168 - B)$ cm. Βρείτε το 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το ποσοστό των ανδρών της συγκεκριμένης χώρας με ύψος μικρότερο από $(168 - B)$ cm.

Άσκηση 8

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας συνεχούς τυχαιάς μεταβλητής X δίνεται ως

$$p(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ h & , 0 \leq x < A \\ \left(\frac{A-x}{B} + 1\right)h & , A \leq x < A+B \\ 0 & , x \geq A+B \end{cases}$$

Υπολογίστε την τιμή του h και στη συνέχεια τη μέση τιμή της τυχαιάς μεταβλητής ($\mathbb{E}\{X\}$).

Άσκηση 9

Έστω ανελκυστήρας με μέγιστο επιτρεπτό φορτίο 3000 kg. Υποθέστε ότι ο πληθυσμός των ατόμων που χρησιμοποιεί τον ανελκυστήρα έχει μέσο βάρος $(80 + B)$ kg και τυπική απόκλιση 15 kg. Για $(30 + A)$ άτομα υπολογίστε την πιθανότητα το συνολικό τους βάρος να ξεπερνά τα 3000 kg.

Υποθέστε ότι τα $(30 + A)$ άτομα αποτελούν τυχαίο δείγμα του πληθυσμού.

Άσκηση 10

Τα ύψη των 5 βασικών παικτών μιας ομάδας μπάσκετ έχουν:

- Μέση τιμή $(190 - B)$ cm
- Διάμεσο $(190 + C)$ cm
- Εύρος $(35 - A)$ cm

a) Εάν ο ψηλότερος από τους 5 παίκτες αντικατασταθεί από κάποιον που είναι $(B + C)$ cm ψηλότερος, να βρεθούν η μέση τιμή, η διάμεσος και το εύρος για τη νέα πεντάδα.

b) Εάν ο ψηλότερος παίκτης αντικατασταθεί από κάποιον που είναι 11 cm κοντύτερος, ποιες από τις νέες τιμές (μέση τιμή, διάμεσο και εύρος) μπορείτε να υπολογίσετε και ποιες θα είναι αυτές οι νέες τιμές;

z and t tables

- <https://www.math.arizona.edu/~rsims/ma464/standardnormaltable.pdf> (<https://www.math.arizona.edu/~rsims/ma464/standardnormaltable.pdf>)
- <https://www.sjsu.edu/faculty/gerstman/StatPrimer/t-table.pdf> (<https://www.sjsu.edu/faculty/gerstman/StatPrimer/t-table.pdf>)