MEM-205 Περιγραφική Στατιστική

Τμήμα Μαθηματικών και Εφ. Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Κρήτης

Κώστας Σμαραγδάκης (kesmarag@gmail.com)

30-04-2020

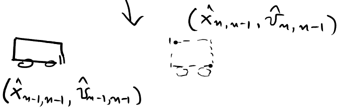
Κίνηση με σταθερή ταχύτητα σε 1D

$$x_n = x_{n-1} + v_{n-1}\Delta t + \epsilon_{n-1} \qquad \varepsilon_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2_{\varepsilon_n})$$

$$v_n = v_{n-1} + \delta_{n-1} \qquad \delta_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2_{\delta_n})$$

t_{n-1}: $(\hat{x}_{n-1,n-1}, \hat{v}_{n-1,n-1}) \rightarrow (\hat{x}_{n,n-1}, \hat{v}_{n,n-1})$

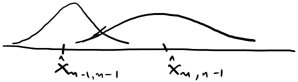
$$\begin{cases} \hat{x}_{n,n-1} = \hat{x}_{n-1,n-1} + \hat{v}_{n-1,n-1} \cdot \Delta t \\ \hat{v}_{n,n-1} = \hat{v}_{n-1,n-1} \end{cases}$$



Εκτίμηση την χρονική στιγμή t_{n-1} της κατάστασης την χρονική στιγμή t_n

$$\hat{x}_{n,n-1} = \hat{x}_{n-1,n-1} + \hat{v}_{n-1,n-1} \cdot \Delta t$$

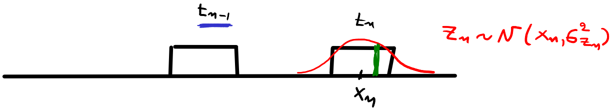
$$\hat{v}_{n,n-1} = \hat{v}_{n-1,n-1}$$



$$\sigma^2_{\hat{x}_{n,n-1}} = \sigma^2_{\hat{x}_{n-1,n-1}} + \sigma^2_{\hat{v}_{n-1,n-1}} \cdot (\Delta t)^2 + \sigma^2_{\varepsilon_{n-1}}$$

$$\sigma^2_{\hat{v}_{n,n-1}} = \sigma^2_{\hat{v}_{n-1,n-1}} + \sigma^2_{\delta_{n-1}}$$

Αναπροσαρμογή της εκτίμησης - Kalman Gain



$$\hat{x}_{n,n} = \hat{x}_{n,n-1} + K_n(z_n - \hat{x}_{n,n-1}) \rightsquigarrow \hat{x}_{n,n} = (1-K_n)\hat{x}_{n,n-1} + K_n z_n$$

t_{n-1} :

$$\sigma^2_{\hat{x}_{n,n}} = (1-K_n)^2 \sigma^2_{\hat{x}_{n,n-1}} + K_n^2 \sigma^2_{z_n} = f(K_n)$$

$$f'(K_n) = -2(1-K_n)\sigma^2_{\hat{x}_{n,n-1}} + 2K_n \sigma^2_{z_n} = 0$$

$$K_n = \frac{\sigma^2_{\hat{x}_{n,n-1}}}{\sigma^2_{\hat{x}_{n,n-1}} + \sigma^2_{z_n}}$$

t_n: Μας δίνει το z_n

$$\sigma^2_{\hat{x}_{n,n}} = (1 - K_n)^2 \cdot \sigma^2_{\hat{x}_{n,n-1}}$$

$$\sigma^2_{\hat{u}_{n,n}} = \sigma^2_{u_{n,n-1}}$$

Όταν $\sigma^2_{\varepsilon_n} = \sigma^2_{\delta_n} = 0$ $\quad K_n \to \alpha \in (0,1)$.