

MEM-205 Περιγραφική Στατιστική

Τμήμα Μαθηματικών και Εφ. Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Κρήτης

Διδάσκων: Κώστας Σμαραγδάκης (kesmarag@uoc.gr)

Τελική εξέταση 03-07-2020 : Διάρκεια 2 ώρες

Θέμα Α (3.5 Μ)

Έστω X_1, X_2, X_3 ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές τέτοιες ώστε:

$$X_i \sim \mathcal{N}(i, i) \quad (\text{μέση τιμή: } i, \text{ διασπορά: } i)$$

1. Βρείτε τη στατιστική κατανομή που ακολουθεί η τυχαία μεταβλητή Y

$$Y = \sum_{j=1}^3 jX_j$$

2. Υπολογίστε την πιθανότητα $P(2.24 \leq Y \leq 25.76)$.
3. Έστω ένα αρκετά μεγάλο δείγμα παρατηρήσεων της Y . Σχεδιάστε το αναμενόμενο διάγραμμα Box-and-Whisker.

Θέμα Β (3.5 Μ)

Δίνεται η χρονολογική σειρά:

$$Y_t = \{0, 1, 2, 4, 4, 10, 18, 33, 56\}$$

1. Υπολογίστε το αυτοπαλινδρομικό μοντέλο 1ης τάξης.
2. Χρησιμοποιήστε το μοντέλο του πρώτου ερωτήματος και βρείτε εκτίμηση για την επόμενη χρονική στιγμή ($t = 10$).
3. Υπολογίστε το αντίστοιχο μοντέλο για την χρονολογική σειρά

$$\mathcal{Y}_t = \kappa Y_t + \lambda, \quad \kappa \in \mathbb{R} - \{0\}, \lambda \in \mathbb{R}$$

Θέμα Γ (3.5 Μ)

Έστω τυχαίο δείγμα 30 παρατηρήσεων (ζεύγη) της μορφής (x ελεύθερη, y εξαρτημένη) για το οποίο δίνονται:

$$SS_{xx} = 2247.5, \quad SS_{yy} = 8672, \quad SS_{xy} = 4263,$$

και

$$\bar{X} = 14.5, \quad \bar{Y} = 29.$$

Αφαιρώντας τις παρατηρήσεις (0, 8) και (29, 50) οι οποίες λόγω των συνθηκών που επικρατούσαν κατά τη μέτρησή τους κρίθηκαν αναξιόπιστες, υπολογίστε για το νέο δείγμα (28 ζεύγη παρατηρήσεων) το 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την $\mu_{y|x^*=4.5}$.