

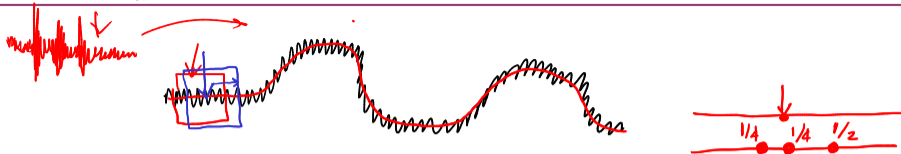
MEM-205 Περιγραφική Στατιστική
Τμήμα Μαθηματικών και Εφ. Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Κρήτης

Κώστας Σμαραγδάκης (kesmarag@gmail.com)

Θεωρία 10ης εβδομάδας

Χρονολογικές Σειρές (Time Series)

Παράδειγμα



Εφαρμογή γραμμικού φίλτρου στη χρονολογική σειρά

$$\mathbf{a} = [a_{-s}, \dots, a_s]^T, \quad \sum_{u=-s}^s a_u = 1, \quad a_u \geq 0$$

Παράδειγμα

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1/4 \\ 1/4 \\ 1/2 \end{bmatrix}^T \quad s=1$$

$\alpha_{-1} \quad \alpha_0 \quad \alpha_1$

$$Y_t^* = \sum_{u=-s}^s a_u Y_{t+u}$$

Απλός Κινητός Μέσος (Simple Moving Average)

- ▶ Απλός κινητός μέσος τάξης $2s + 1$

$$a_u = \frac{1}{2s + 1}, \quad u = -s, \dots, s$$

απλός κινητός μέσος τάξης 3
||
2·1+1
 $a = \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right]$

- ▶ Απλός κινητός μέσος τάξης $2s$

$$a_u = \frac{1}{2s}, \quad u = -s + 1, \dots, s - 1, \quad a_{-s} = a_s = \frac{1}{4s}$$

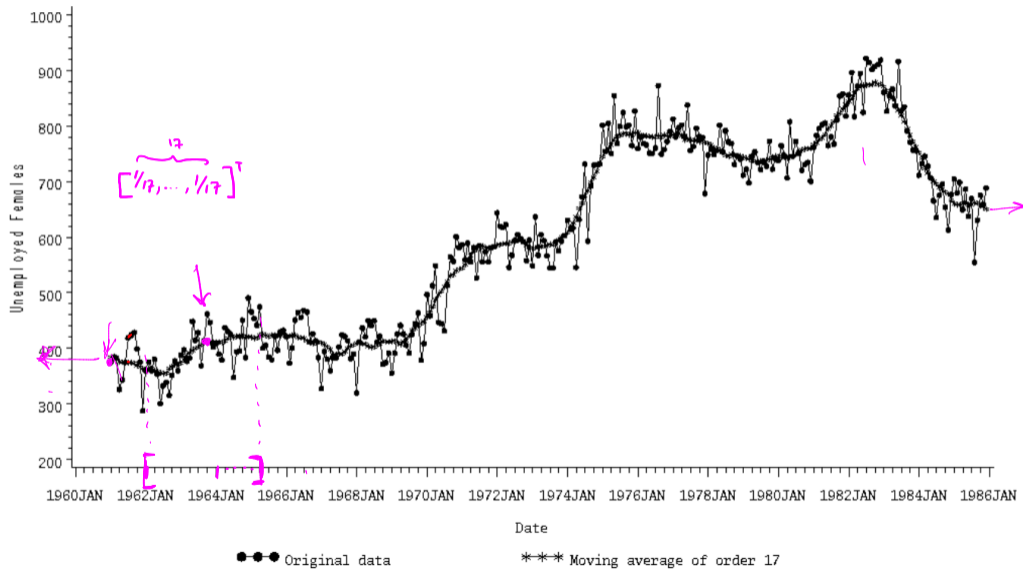
Παράδειγμα

Ποιά είναι τα διανύσματα συντελεστών για τα γραμμικά φίλτρα που αντιστοιχούν στους κινητούς μέσους με τάξεις 4 και 5;

τάξη 4
 $\left[\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \right]^T$

τάξη 5
 $\left[\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5} \right]^T$

Χρονολογικές Σειρές (Time Series)

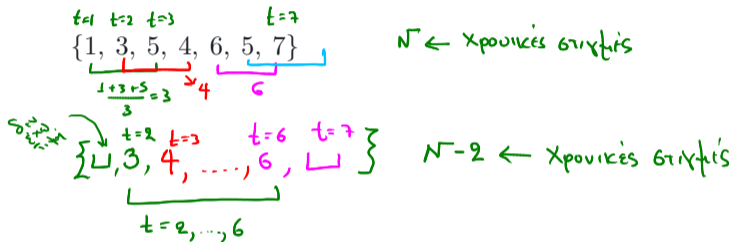


Απλός Κινητός Μέσος (Simple Moving Average)

Παράδειγμα

Εφαρμόστε το φίλτρο για τον απλό κινητό μέσο 3ης τάξεως στην παρακάτω χρονολογική σειρά

Φίλτρο:
 $[\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}]^T$



Απλός Κινητός Μέσος (Simple Moving Average)

$$r'_t = \{ \boxed{3}, 0, 1, 3, 0, 1, 3, 0, 1 \} \longleftrightarrow T = \{ 1, 3, 4, 8, 15, 16, 17, 20, 23 \}$$

$$[1/3, 1/3, 1/3]$$

$$S_t^* = \{ 1, 4/3, \dots, 4/3, 1 \}$$

$$\beta = 4/3$$

$$S_t^* = 4/3 = \beta \quad \forall t=2, \dots, 8$$

New

$$r'_t = \{ 3 - 4/3, 0 - 4/3, \dots, 1 - 4/3 \}$$

$$T = \{ 1 + 4/3, 3 + 4/3, \dots, 23 + 4/3 \}$$

$$S_t^* = 0$$



- ▶ Έστω S_t είναι p-periodic

12 μήνες για Παγωτά



$$S_t = S_{t+p}, \quad t = 1, \dots, N-p$$

- ▶ Εάν εφαρμόσουμε τον απλό κινητό μέσο p τάξης

$$S_t^* = S$$

- ▶ Υποθέτουμε ότι $S_t^* = 0$, ενσωματώνοντας το S στη μακροχρόνια τάση

$$T'_t = T_t + S$$

$$Y_t = T_t + S_t + \overset{0}{C}_t + R_t$$

$$Y_t = \underbrace{T_t + S}_{T'_t} + \underbrace{S_t - S}_{S'_t} + R_t$$

- ▶ Για ευκολία από εδώ και πέρα θα εννοούμε ως T_t το T'_t

$$Y_t = T_t + S'_t + R_t \quad \text{with } S_t^* = 0$$

Προσαρμογή της Εποχικότητας

- ▶ Ορίζουμε τη χρονολογική σειρά με τις διαφορές

Y_t Raw data

$$D_t = Y_t - Y_t^* \approx S_t + R_t$$

- ▶ Ορίζουμε τα \bar{D}_t

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= T_t + S_t + R_t \\ Y_t^* &\approx T_t \end{aligned} \right\} D_t \approx S_t + R_t$$

$$\bar{D}_t = \frac{1}{\bar{n}_t} \sum_{j=0}^{n_t-1} D_j, \quad t = 1, \dots, p$$

← έχει διάστημα
όσο την περίοδο.

$$\bar{D}_t \approx S_t$$

- ▶ Προσεγγίζουμε τα S_t με τα \hat{S}_t

$$\hat{S}_t = \bar{D}_t - \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \bar{D}_j \sim S_t, \quad t = 1, \dots, p$$

- ▶ Επεκτίνουμε σε όλο το μήκος της χρονολογικής σειράς

$$\hat{S}_{t+jp} = \hat{S}_t, \quad j = 1, 2, \dots, J_t, \quad t = 1, \dots, p$$

Προσαρμογή της Εποχικότητας

Απαλοιφή της εποχικής συνιστώσας

Προσαρμογή του S_t

στο Τιπολό

$$S_t \approx \{\hat{S}_1, \hat{S}_2, \dots, \hat{S}_p, \hat{S}_1, \dots\}$$

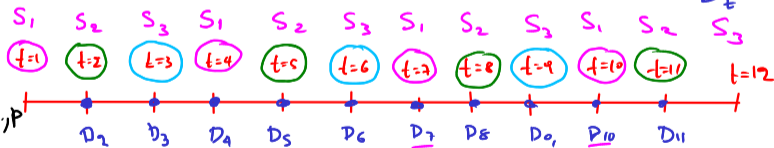
$$\bar{D}_t \approx S_t$$

$$\bar{D}_t - \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \bar{D}_j \approx S_t^1 \Rightarrow S_t^e = 0$$

$$\sum_{t=1}^p S_t^1$$

$$Y_t - \hat{S}_t \sim Y_t - S_t = T_t + R_t, \quad t = 1, \dots, N$$

Το \bar{D}_t θα έχει διάσταση $p=3$



• Τα σημεία που ορίζονται με Y_t^d στα ίδια σημεία ορίζονται με D_t

Το \bar{D}_1 θα προκύψει από τα (D_4, D_7, D_{10})

$$\bar{D}_1 = \frac{D_4 + D_7 + D_{10}}{3}$$

$$\bar{D}_2 = \frac{D_2 + D_5 + D_8 + D_{11}}{4}$$

$$\bar{D}_3 = \frac{D_3 + D_6 + D_9}{3}$$

$$n_1 = 3$$

$$n_2 = 4$$

$$n_3 = 3$$

$$\{\bar{D}_1, \bar{D}_2, \bar{D}_3\}$$

Παράδειγμα

$$T_t = [10, 15, 22, 24, 33, 36, 40, 50, 55, 55, 58, 60]^T \quad \text{αγνωστο}$$

$$S_t = [10, 6, 20, 10, 6, 20, 10, 6, 20, 10, 6, 20]^T \quad \text{αγνωστο}$$

$$R_t = [-1, -2, 1, 1, -1, 2, 0, 1, -1, 2, -2, 0]^T \quad \text{αγνωστο}$$

$$\rightarrow Y_t = [19, 19, 43, 35, 38, 58, 50, 57, 74, 67, 62, 80]^T \quad \text{γνωστο.}$$

$$\rightarrow P = 3$$

Παράδειγμα

$$T_t = [22, 27, 34, 36, 45, 48, 52, 62, 67, 67, 70, 72]^T$$

$$S_t = [-2, -6, 8, -2, -6, 8, -2, -6, 8, -2, -6, 8]^T$$

$$S_t^* = 0, t=2, \dots, 11$$

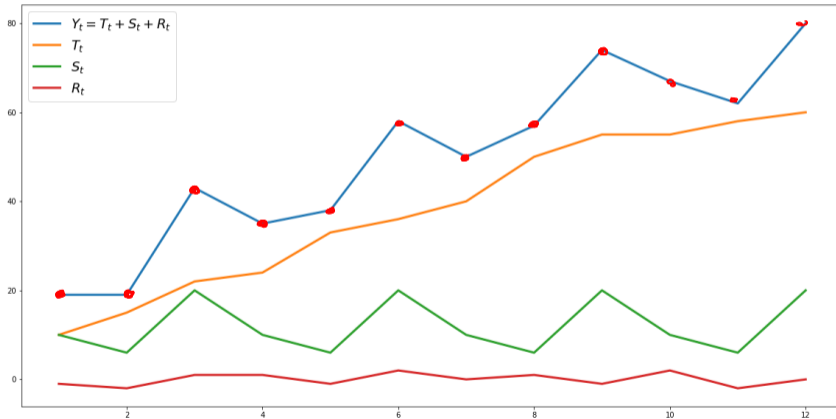
$$R_t = [-1, -2, 1, 1, -1, 2, 0, 1, -1, 2, -2, 0]^T$$

$$\hat{S}_t$$

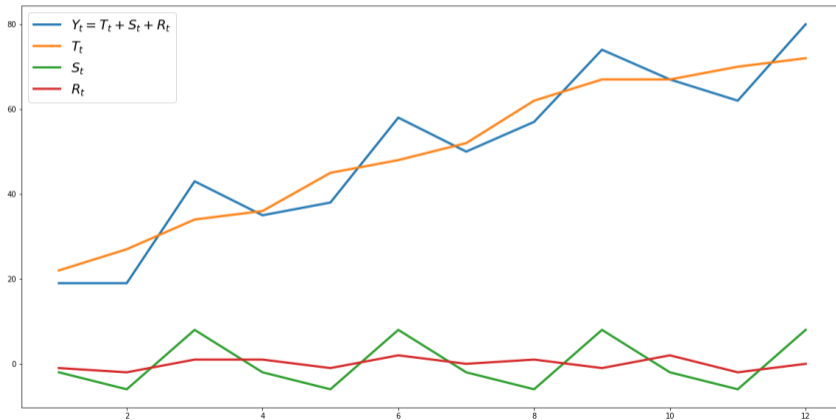
$$Y_t = [19, 19, 43, 35, 38, 58, 50, 57, 74, 67, 62, 80]^T$$

$$Y_t - \hat{S}_t \approx T_t + R_t$$

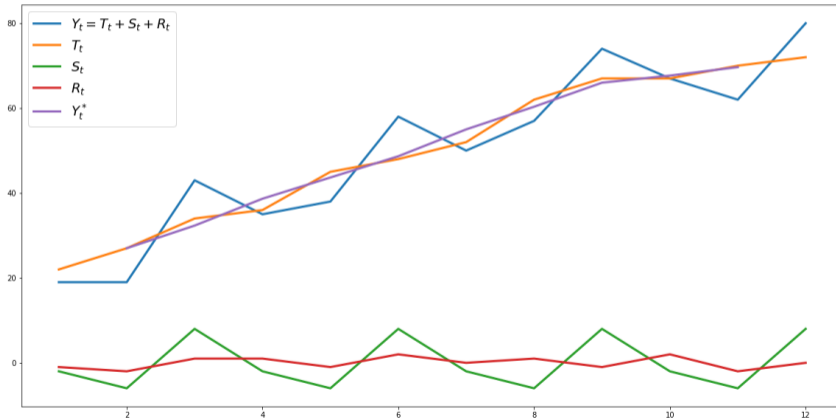
Παράδειγμα



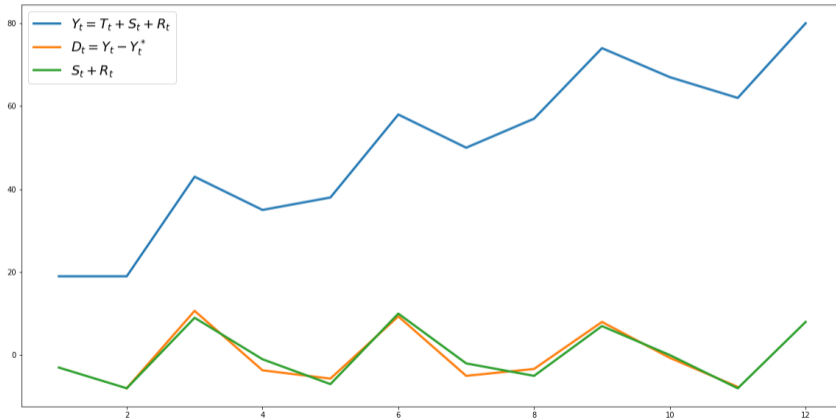
Παράδειγμα



Παράδειγμα



Παράδειγμα



Παράδειγμα

